

**Revista de Investigaciones del Departamento de Ciencias Económicas de La
Universidad Nacional de La Matanza**

Comunicación Científica

1. **Título de la Ponencia:** La heterocedasticidad condicional en la inflación de la Argentina. Un análisis para el período 1943 - 2013.
2. **Área y tema al cual pertenece:** Series de Tiempo.
3. **Nombre de la Jornada, Seminario, Congreso u otro tipo de evento científico:** Congreso Interamericano de Estadística.
4. **Lugar y fecha de realización:** Rosario, Santa Fe, 17 a 20 de octubre de 2017.
5. **Nombres y Apellidos de los autores:** Dra. María de las Mercedes Abril
6. **Domicilio particular y/o laboral:** Consejo Nacional de Investigaciones Científicas (CONICET). Universidad Nacional de Tucumán. Facultad de Ciencias Económicas. Av. Independencia 1900. San Miguel de Tucumán. Tucumán.
7. **Teléfono particular, laboral y/o celular:** (0381)4281722.
8. **Dirección de correo electrónico particular y/o comercial:**
mabrilblanco@hotmail.com
9. **Nombre de la Institución que aceptó el trabajo:** Congreso Interamericano de Estadística.
10. **Link de acceso directo al evento y/o institución responsable de la publicación:** <http://www.cie2017.s-a-e.org.ar/congreso.php>
11. **Resumen:** Numerosas series de tiempo económicas no tienen una media constante y en situaciones prácticas, frecuentemente vemos que la varianza del error observacional está sujeta a una sustancial variabilidad a través del tiempo. Ese fenómeno es conocido como volatilidad. Para tomar en cuenta la presencia de la volatilidad en una serie económica es necesario recurrir a modelos conocidos como modelos heterocedásticos condicionales. En estos modelos, la varianza de una serie en un dado instante de tiempo, depende de la información pasada y de otros datos disponibles hasta aquel instante de

*La heterocedasticidad condicional en la inflación de la Argentina.
Un análisis para el período 1943-2013.*
María de las Mercedes Abril

tiempo, de modo que se debe definir una varianza condicional, que no es constante y no coincide con la varianza global de la serie observada. Existe una variedad muy grande de modelos no lineales en la literatura, útiles para el análisis de series de tiempo económicas con volatilidad, pero nos centraremos para analizar la serie de interés, en los modelos de tipo ARCH introducidos por Engle (1982) y sus extensiones. Estos modelos son no lineales en lo que se refiere a la varianza. Nuestro objetivo será el estudio de los datos mensuales de inflación de la Argentina para el período enero de 1943 a diciembre de 2013. Los datos son los publicados oficialmente por Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC). Si bien es un período muy largo en el cual sucedieron cambios de base, cambios de canasta e intervenciones en el INDEC, se puede apreciar que ciertos patrones generales de comportamiento han persistido en el tiempo, lo que nos permite admitir que el estudio está adecuadamente basado en la información disponible.

12. **Palabras claves:** Inflación, heterocedasticidad, volatilidad, series de tiempo.

Desarrollo de la ponencia

1. Modelos para la volatilidad

Los modelos lineales de tipo *ARMA*, por ejemplo, admiten que los disturbios tengan media cero y varianza constante, usualmente igual a uno (esto es equivalente a decir que estos disturbios son un ruido blanco). Bajo esas condiciones, la varianza condicional dada toda la historia pasada, o sea dada F_{t-1} es constante en el tiempo.

En el análisis de modelos no lineales los errores (también llamados innovaciones, porque representan la nueva parte de la serie que no puede ser predicha a partir del pasado) ε_t se suponen en general IID y el modelo tiene la forma

$$\begin{aligned} y_t &= g(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \mathbf{K}) + \varepsilon_t h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \mathbf{K}) \\ &= g_t + \varepsilon_t h_t = \mu_t + \varepsilon_t h_t, \end{aligned} \quad (1)$$

donde $g(\bullet) = g_t = \mu_t$, representa la media condicional y $h^2(\bullet) = h_t^2$ es la varianza condicional.

2. Modelos de la familia *ARCH*

Los modelos *ARCH* o *modelos autorregresivos con heterocedasticidad condicional* fueron presentados por primera vez por Engle en el año 1982 con el objetivo de estimar la varianza de la inflación en Gran Bretaña. La idea básica de este modelo es que una serie y_t no se encuentra correlacionada serialmente sino que depende de los precios pasados por medio de una función cuadrática.

Un modelo *ARCH*(q) puede ser expresado como

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \varepsilon_t h_t \\ \varepsilon_t &\sim i.i.d D(0,1) \\ \sigma^2 = h_t^2 &= \omega + \sum_{i=1}^q \alpha z_{t-i}^2, \end{aligned} \quad (2)$$

donde $z_t = y_t - \mu_t$ y $D(\bullet)$ es una función de densidad de probabilidad con media cero y varianza unitaria.

*La heterocedasticidad condicional en la inflación de la Argentina.
Un análisis para el período 1943-2013.
María de las Mercedes Abril*

Un modelo *ARCH* como el que acabamos de presentar describe adecuadamente los agrupamientos de la volatilidad en una serie (o *volatility clustering* como se lo conoce en inglés). La varianza condicional de y_t es una función creciente del cuadrado del shock que ocurre en el momento $t-1$. Consecuentemente, si y_{t-1} es lo suficientemente grande en valor absoluto, σ_t^2 y de este modo y_t se espera que también lo sean en valor absoluto. Es necesario tener en cuenta que aun cuando la varianza condicional en un modelo de tipo *ARCH* varíe con el tiempo, es decir, $\sigma_t^2 = E(z_t^2 | F_{t-1})$, la varianza no condicional de z_t es constante y, dado que $\omega > 0$ y

$\sum_{i=1}^q a_i < 1$, por lo que tenemos

$$\sigma_t^2 = E\{E(z_t^2 | F_{t-1})\} = \frac{\omega}{1 - \sum_{i=1}^q a_i} \quad (3)$$

En la mayor parte de las aplicaciones prácticas, el exceso de kurtosis en un modelo *ARCH*, junto con una distribución normal, no es lo suficiente para poder explicar lo que se observa por ejemplo en un conjunto de datos como el nuestro. Por lo tanto, podemos hacer uso de otras distribuciones. Por ejemplo, podemos suponer que ε_t sigue una distribución de Student con media 0, varianza igual a 1 y ν grados de libertad, es decir, ε_t es $ST(0, 1, \nu)$. En este caso, la kurtosis no condicional para el modelo *ARCH(1)* es $\lambda(1 - \alpha_1^2) / (1 - \lambda\alpha_1^2)$ donde $\lambda = 3(\nu - 2) / (\nu - 4)$. Debido al coeficiente adicional ν , el modelo *ARCH(1)* basado en una distribución t , tendrá colas más pesadas que aquel basado en una distribución normal.

El cálculo de σ_t^2 en la fórmula (2) depende de los residuos cuadráticos pasados, z_t^2 que no se observan para $t = 0, -1, K, -q + 1$. Para inicializar el proceso, los residuos cuadráticos no observados se fijan en un valor igual a la media muestral.

3. Modelos de la familia GARCH

Mientras que Engle (1982) ciertamente realizó la mayor contribución a la econometría financiera, los modelos de tipo *ARCH* raramente se utilizan en la práctica debido a su simplicidad.

Una buena generalización de este modelo se encuentra en los modelos de tipo *GARCH* introducidos por Bollerslev (1986). Este modelo es también un promedio ponderado de los residuos cuadráticos pasados. Este modelo es más parsimonioso, que los modelos de tipo *ARCH* y aun en su forma más simple, ha probado ser sumamente exitoso en predecir las varianzas condicionales.

Es necesario destacar que los modelos de tipo *GARCH* no son la única extensión y existen al menos doce especificaciones relacionadas a los mismos que serán objetos de futuras investigaciones.

Estos modelos están basados en una especificación *ARCH* infinita y permiten reducir el número de parámetros a estimar imponiendo restricciones no lineales sobre ellos. El modelo *GARCH*(p, q) es expresado de la siguiente manera

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i z_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2. \quad (4)$$

Resulta necesario imponer algunas restricciones sobre σ_t^2 para asegurarnos que el mismo sea positivo para todo t . Bollerslev (1986) mostro que asegurándonos que $\omega > 0$, $\alpha_i \geq 0$ (para $i=0,1,K,q$) y $\beta_j \geq 0$ (para $j=0,1,K,p$) son suficientes para asegurarnos que la varianza condicional sea positiva.

En términos del proceso de estimación, podemos decir que muchos autores han propuesto utilizar una distribución t de Student en combinación con un modelo de tipo *GARCH* para modelar adecuadamente las colas pesadas en series de tiempo económicas o financieras cuyos datos son de alta frecuencia, lo cual se verá a continuación.

4. Análisis preliminar de la serie bajos estudio

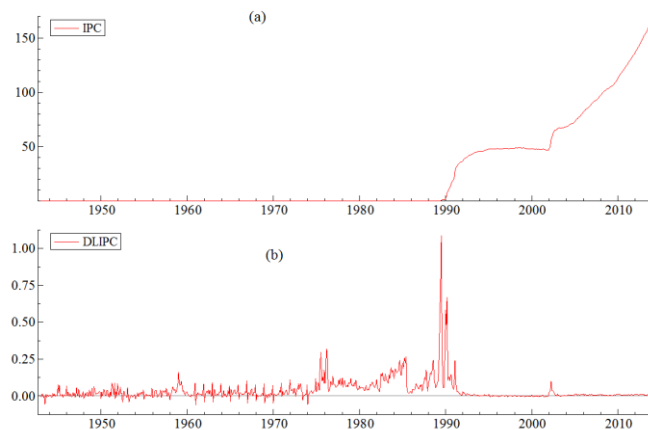
En el apartado (a) de la Figura 1 se muestran los niveles mensuales del Índice de Precios al Consumidor, a su vez, en el apartado (b) de la misma figura podemos ver las primeras diferencias del logaritmo del nivel mensual del IPC. Esto es lo que popularmente se conoce con el nombre de *inflación* y será la serie con la cual realizaremos nuestro trabajo.

Realizando una detenida inspección de este último apartado, podemos ver que existen períodos donde la volatilidad es baja y se puede confundir con la presencia

*La heterocedasticidad condicional en la inflación de la Argentina.
 Un análisis para el período 1943-2013.
 María de las Mercedes Abril*

de estacionalidad en especial dentro del período que va desde Enero de 1943 hasta finales del año 1974. Luego se inicia un claro período de volatilidad medianamente importante que va hasta finales del año 1977, el cual se vuelve a repetir con similares características entre 1983 y finales de 1985. Posteriormente, entre 1987 y finales de 1992 tenemos un período de alta volatilidad. Desde fines del año 2001, la volatilidad en la serie bajo estudio es casi nula, a partir de ese momento se registra una escasa presencia de ella y la misma casi desaparece a partir del año 2009.

Figura 1: (a) Niveles mensuales del Índice de Precios al Consumidor desde Enero de 1943 hasta Diciembre de 2013. (b) Primeras diferencias del logaritmo del nivel del Índice de Precios al Consumidor desde Enero de 1943 hasta Diciembre de 2013.



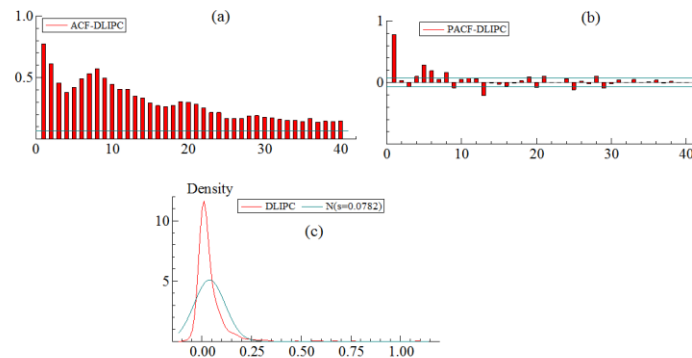
Fuente: Elaboración propia sobre la base de datos del INDEC.

En la Figura 2 se muestra la autocorrelación para la serie de inflación bajo estudio en el apartado (a), además en el apartado (b) podemos ver la función de autocorrelación parcial. Por último, en el apartado (c), tenemos la función de densidad estimada la cual está representada por una línea de color rojo, comparada con la función de densidad normal la cual se encuentra representada por una línea verde.

Del estudio de esta figura y de los resultados obtenidos de los programas informáticos utilizados vemos que la serie no es estacionaria, aunque tiene algunos componentes estacionales y su distribución es diferente a la de una variable normal, por lo que es posible que debamos realizar sus correspondientes estimaciones haciendo uso de una distribución *t* de Student.

*La heterocedasticidad condicional en la inflación de la Argentina.
 Un análisis para el período 1943-2013.*
 María de las Mercedes Abril

Figura 2: (a) Función de autocorrelación de la serie de inflación para el período comprendido entre Enero de 1943 hasta Diciembre de 2013. (b) Función de autocorrelación parcial de la misma serie bajo estudio. (c) Función de densidad estimada comparada con la densidad normal (línea verde).



Fuente: Elaboración propia sobre la base de datos del INDEC.

5. Modelado de la serie de inflación bajo estudio

Se probaron diferentes alternativas en lo que respecta al modelado de la serie de inflación en la Argentina. Luego de analizarlas y ver los valores de diferentes estadísticos de bondad de ajuste, como ser el Criterio de Akaike, el de Schwarz, el de Schibata o el de Hannan - Quinn, nos quedamos con un modelo, donde y_t es la serie bajo estudio y su forma explícita se encuentra dada por

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t h_t, \quad (5)$$

donde ε_t es independiente con distribución t de Student cuyos grados de libertad son 2,21167. La media condicional μ_t es igual a una media general dada por μ , un componente estacional y un proceso $ARMA(1,1)$, lo cual explícitamente es

$$\mu_t = \mu + \gamma_t + \varphi y_{t-1} + v + \theta v_{t-1}, \quad (6)$$

donde $v_t = \varepsilon_t h_t$ y γ_t es un componente estacional tal que satisface la siguiente condición

$$\gamma_t = -\gamma_{t-1} - K - \gamma_{t-1}, \quad (7)$$

o sea que suma cero sobre el año anterior. Esto se logra mediante la introducción de variables de tipo dummy adecuadas para nuestro estudio. Además, la varianza condicional en (5) se encuentra dada por

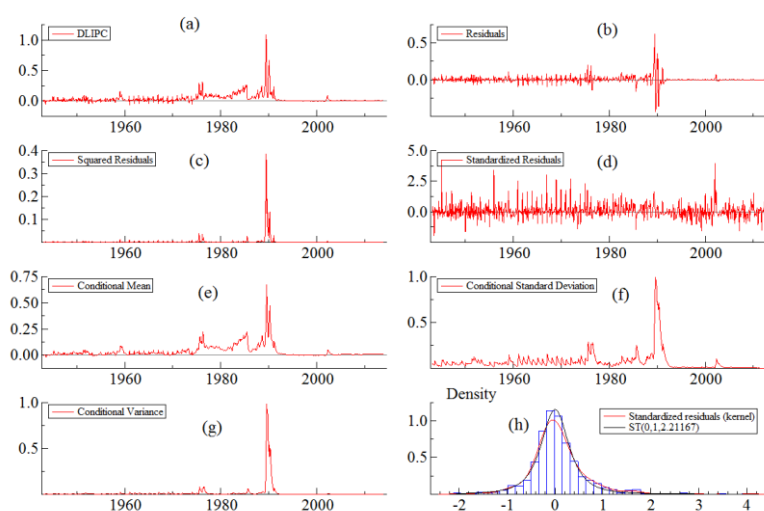
*La heterocedasticidad condicional en la inflación de la Argentina.
 Un análisis para el período 1943-2013.
 María de las Mercedes Abril*

$$h_t^2 = \sigma_t^2 = \omega + \alpha(y_{t-1} - \mu_{t-1})^2 + \beta\sigma_{t-1}^2, \quad (8)$$

o sea que es un modelo $GARCH(1,1)$ con una constante dada por ω . En el proceso de estimación se observó para nuestro caso que la constante no difiere significativamente de cero, por lo tanto decidimos eliminarla en la formulación final.

Como resultado del proceso de estimación que surge del modelo de volatilidad que venimos tratando, se obtienen los gráficos representados en la siguiente Figura.

Figura 3: Características de la serie de inflación para el período comprendido entre 1943 y 2013. (a) Serie de inflación. (b) Residuos de la serie de inflación. (c) Residuos cuadráticos. (d) Residuos estandarizados. (e) Media condicional que surge de la aplicación del modelo de volatilidad a la serie bajo estudio. (f) Desvío estándar condicional. (g) Varianza condicional. (h) Residuos estandarizados comparados con una distribución t con 0, 1 y 2,21167 grados de libertad.



Fuente: Elaboración propia sobre la base de datos del INDEC.

En el apartado (a) tenemos nuevamente a la serie de inflación, al igual que el apartado (b) de la Figura 1. En (b) podemos ver a los residuos, en (c) tenemos los residuos cuadráticos mientras que en (d) se encuentran los residuos estandarizados de la serie. En el apartado (e) de la Figura 3 mostramos la media condicional estimada para el modelo de volatilidad propuesto, en (f) vemos el desvío estándar condicional, mientras que en (g) se observa la varianza condicional estimada que surge de la aplicación del modelo a nuestra serie bajo estudio.

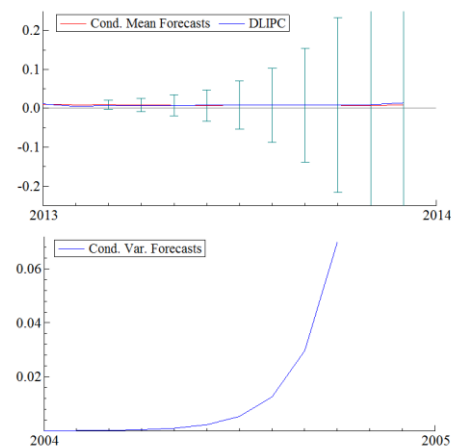
Estudiando detenidamente los apartados (a), (e), (f) y (g) de la Figura 3 podemos decir que el modelo explica adecuadamente la serie de inflación de nuestro

*La heterocedasticidad condicional en la inflación de la Argentina.
 Un análisis para el período 1943-2013.
 María de las Mercedes Abril*

país para el período entre 1943 y 2013. Esta misma característica se vuelve a observar en el apartado (h) cuando comparamos la distribución de los residuos estandarizados con una distribución t de Student con 2,21167 grados de libertad.

Un hecho interesante a destacar es que hacia el final del período bajo consideración, en particular a partir de Octubre o Noviembre de 2004, la varianza condicional o volatilidad de la serie se hace prácticamente insignificante.

Figura 4: Predicción de la media condicional versus la serie de inflación para el período comprendido entre 1943 y 2013 (parte superior). Predicción de la varianza condicional para el modelo que ajusta la serie de inflación entre 1943 y 2013 (parte inferior).



Fuente: Elaboración propia sobre la base de datos del INDEC.

A la hora de realizar el proceso de predicción, en la parte superior de la Figura 4 que acabamos de presentar se puede ver las últimas diez observaciones de la serie bajo estudio, resaltadas en color azul, y las correspondientes predicciones de la media condicional. Las barras verticales corresponden a los intervalos de confianza del 95% que sirven para comparar el valor predicho con aquel que es efectivamente observado. En la gráfica inferior por su parte se trató de predecir la varianza condicional correspondiente a las últimas diez observaciones de nuestra serie bajo estudio, sin embargo, esto no fue posible. Como ya lo expresamos anteriormente, la varianza condicional, o volatilidad, a partir de octubre de 2004 es igual a cero. Esta situación viene a corroborar el hecho de que a partir de esa fecha no se puedan tener predicciones de la volatilidad para esta serie, lo cual está en consonancia con el inicio de un período de falta de confianza en las estadísticas oficiales.

*La heterocedasticidad condicional en la inflación de la Argentina.
Un análisis para el período 1943-2013.*
María de las Mercedes Abril

Estadísticamente, esto implicó la predicción de valores diferentes a los que posiblemente hayan sido en la realidad, lo cual dio lugar a una serie extremadamente suave que no coincide con el resto de la misma ni con la realidad vivida.

6. Consideraciones finales

En esta etapa inicial de nuestra investigación, nos propusimos analizar métodos para tratar una gran variedad de datos con irregularidades que suceden en las series de tiempo. Los *modelos autorregresivos integrados de promedios móviles* (o modelos *ARIMA*), son frecuentemente considerados como los que proveen la base principal para el modelado de cualquier serie de tiempo. Ahora bien, dado el estado actual del desarrollo de investigación en series de tiempo, puede haber alternativas más atractivas y por sobre todo más eficientes. Numerosas series de tiempo económicas no tienen una media constante y también en la mayoría de los casos se observan fases en donde reina una relativa tranquilidad seguido de períodos de importantes cambios, o sea que la variabilidad cambia a través del tiempo. Dicho comportamiento es lo que recibe el nombre de *volatilidad*.

Una característica importante de las series de tiempo económicas es que ellas no son en general serialmente correlacionadas, pero sí dependientes. De este modo, modelos lineales como aquellos pertenecientes a la familia de los modelos *ARMA*, pueden no ser apropiados para describir estas series.

Entre los modelos que hemos presentado se encuentran los modelos de la familia *ARCH*. Los modelos *ARCH* o *modelos autorregresivos con heterocedasticidad condicional* fueron presentados por primera vez por Engle en el año 1982 con el objetivo de estimar la varianza de la inflación. La idea básica de este modelo es que la serie bajo estudio no se encuentra correlacionada serialmente pero la volatilidad o varianza condicional de la serie depende de los retornos pasados por medio de una función cuadrática. Sin embargo, estos modelos raramente se utilizan en la práctica debido a su simplicidad.

Una buena generalización de este modelo se encuentra en los modelos de tipo *GARCH* introducidos por Bollerslev (1986). Este modelo es también un promedio

*La heterocedasticidad condicional en la inflación de la Argentina.
Un análisis para el período 1943-2013.*
María de las Mercedes Abril

ponderado de los residuos cuadráticos pasados, pero es más parsimonioso que los modelos de tipo *ARCH* y aun en su forma más simple ha probado ser sumamente exitoso en predecir las varianzas condicionales, por lo que decidimos hacer uso de los mismos a la hora de trabajar con nuestros datos.

Decidimos ajustar un modelo apropiado de tipo *GARCH* que capte las principales características de los datos. Vimos que el mismo toma adecuadamente a la volatilidad de la serie, sin embargo, presenta algunas dificultades a la hora de realizar las predicciones. Queda para trabajos posteriores analizar si podemos utilizar otra especificación que tome en cuenta este hecho y que capture aun mas las características de la serie de las que puede hacerlo un modelo *GARCH* como el que hemos visto. Con este análisis hemos podido captar que a partir de aproximadamente octubre de 2004 la volatilidad es igual a cero. Esta situación viene a corroborar el hecho de que a partir de esa fecha no se puedan tener predicciones de la volatilidad para esta serie, lo cual está en consonancia con el inicio de un período de falta de confianza en las estadísticas oficiales.

7. Bibliografía

ABRIL, JUAN CARLOS. (1999), *Análisis de Series de Tiempo Basado en Modelos de Espacio de Estado*, EUDEBA: Buenos Aires.

ABRIL, JUAN CARLOS (2004). *Modelos para el Análisis de las Series de Tiempo*. Ediciones Cooperativas: Buenos Aires.

ABRIL, MARÍA DE LAS MERCEDES. (2014). *El Enfoque de Espacio de Estado de las Series de Tiempo para el Estudio de los Problemas de Volatilidad*. Tesis Doctoral. Universidad Nacional de Tucumán. Argentina.

BAILLIE, R. T. y BOLLERSLEV, T. (1989). The Message in Daily Exchange Rates: A Conditional-Variance Tale. *Journal of Business and Economic Statistics*, **7**, 297-305.

BOLLERSLEV, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, **31**, 307-27.

BOLLERSLEV, T. (1987). A Conditionally Heteroscedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return. *Review of Economics and Statistics*, **69**, 542-547.

BOLLERSLEV, T., CHOU, R. Y. y KRONER, K. F. (1992). *ARCH* Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence. *Journal of Econometrics*, **52**, 5-59.

BOLLERSLEV, T. y WOOLDRIDGE, J. M. (1992). Quasi-maximum Likelihood Estimation and

*La heterocedasticidad condicional en la inflación de la Argentina.
Un análisis para el período 1943-2013.*
María de las Mercedes Abril

Inference in Dynamic Models with Time-varying Covariances. *Econometric Reviews*, **11**, 143-172.

BOX, G. E. P. y JENKINS, G. M. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (Revised edition), Holden-Day Inc.: San Francisco.

ENGLE, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of the United Kingdom Inflation. *Econometrical*, **50**, 987-1007.

GOLDFARB, D. (1970). A Family of Variable Metric Updates Derived by Variational Means. *Mathematics of Computation*, **24 (109)**, 23-26.

HARVEY, A. C. (1989). *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge University Press: Cambridge.

HSIEH, D. A. (1989). Modeling Heteroskedasticity in Daily Foreign Exchange Rates. *Journal of Business and Economic Statistics*, **7**, 307-317.

PAGAN, A. (1996). The Econometrics of Financial Markets. *Journal of Empirical Finance*, **3**, 15-102.

PALM, F. C. (1996). *GARCH Models of Volatility*. En *Handbook of Statistics*, editado por G. MADDALA, y C. RAO, 209-240. Elsevier Science, Amsterdam.

PALM, F. C. y VLAAR, P. J. G. (1997). Simple Diagnostics Procedures for Modeling Financial Time Series. *Allgemeines Statistisches Archiv*, **81**, 85-101